

ISTITUTO INTERNAZIONALE STUDI AVANZATI DI
SCIENZE DELLA RAPPRESENTAZIONE DELLO SPAZIO
Geometria proiettiva, Geometria descrittiva, Rilevamento, Fotogrammetria

INTERNATIONAL INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES OF
SPACE REPRESENTATION SCIENCES
Projective geometry, Descriptive geometry, Survey Photogrammetry

Palermo, Italia

Giuseppe Maria Catalano

LO SPAZIO-TEMPO FINITO DEL MICROCOSMO SPIEGA IL PARADOSSO DI ACHILLE E LA TARTARUGA



2020

Giuseppe Maria Catalano

LO SPAZIO-TEMPO FINITO DEL MICROCOSMO SPIEGA IL PARADOSSO DI ACHILLE E LA TARTARUGA

Trasferiamoci in Grecia nel quarto secolo a. C. . Tra gli ulivi e sulle coste dell'Egeo si respira la magnificenza del pensiero che, abbracciando il sud dell'Italia, avrebbe poi forgiato nei secoli il carattere europeo. Scienza e arte, nella forma più elevata, avrebbero presto invaso il mondo e come un virus benefico avrebbero contagiato le menti.

E' in questa meravigliosa atmosfera che Aristotele si preoccupa di riportare il contenuto di quattro apparentemente stravaganti paradossi escogitati da Zenone di Elea, l'inventore della famosa dialettica, il filosofo greco la cui opera era talmente importante da venire utilizzata come libro di testo nell'Accademia di Platone.

Proclo, filosofo e matematico del quinto secolo d.C., narra che i paradossi di Zenone erano addirittura quaranta, ma l'opera che li aveva contenuti era stata rubata. Perciò è grazie alla avveduta e preziosa testimonianza di Aristotele che siamo oggi a conoscenza di quattro di essi, uno dei quali, il più celebre, quello di Achille e la tartaruga, è davvero un inestimabile gioiello prodotto dalla mente dell'uomo.

Evidentemente Aristotele comprende che la tesi di Zenone è un'affermazione obbediente al rigore scientifico che domina nel pensiero matematico dell'epoca, una riflessione estremamente profonda sulla vera natura dello spazio, tutt'altro che un ridicolo sofisma logico che qualcuno sollecita ad abbandonare, perché inutile. Invece qualcuno è stato talmente superficiale da pensare che il paradosso di Achille fosse addirittura un freno allo sviluppo della comprensione matematica di ciò che fosse infinito e continuo.

Ma, a dimostrazione della sua importanza, su di esso hanno scritto, in duemilacinquecento anni, molte celebri menti che si sono cimentate nello sciogliere questo enigma affascinante e inviolabile, tanto impenetrabile da rinunciare ben presto

a prenderlo sul serio, accantonandolo. Tanto impenetrabile da aggirarlo come inutile ostacolo, per arrivare direttamente a conclusioni inoppugnabili, che tuttavia rinunziano ad affrontarne il problema fenomenologico, sinora avvolto completamente dal mistero.

La assurda conclusione cui porta il paradosso di Achille è ovviamente sconcertante, tanto appare reale e insieme palesemente contraria alla realtà.

Questo enigma sollecita la soluzione di un problema sinora irrisolto dalla scienza, che ancora dopo tanti secoli si chiede se lo spazio-tempo sia continuo o un insieme di unità.

Risolvere l'assurda verità del più celebre paradosso di Zenone significa quindi fare un grande passo per la scienza. Questo passo è possibile se indaghiamo la vera natura dello spazio-tempo in cui viviamo.

Achille e la tartaruga

Racconta Zenone che un'estate di molto tempo fa in Grecia si svolge una gara esilarante tra Achille, celebre per la velocità della sua corsa, e una giovane e atletica, tartaruga. Il divario tra le velocità dei due mitici atleti è davvero imbarazzante. Achille corre ad una velocità v_A di 10 km all'ora. La tartaruga si affanna alla velocità v_T di 1 km all'ora.

Perciò Achille, sicuro di se, decide di offrire alla vigorosa testuggine un notevole vantaggio. La linea di partenza della tartaruga viene così incisa sul terreno polveroso ben 9 km dopo quella già tracciata per Achille.

La gara ha così inizio. Dopo 54 minuti Achille raggiunge finalmente la linea di partenza della tartaruga, ma questa si è spostata ovviamente di 0,9 km, poiché la sua velocità è un decimo di quella dell'atleta. Dunque quando Achille è a 9 km dalla propria linea di partenza, la tartaruga è a $9+0,9$ ovvero 9,9 km dalla stessa. I due distano ora fra loro 0,9 km.

La gara prosegue. Achille continua a correre e percorre 0,9 km, ma la tartaruga si è spostata ancora di un decimo del tratto coperto da Achille e precisamente si trova ora a $9+0,9+0,09$ ovvero a 9,99 Km dalla linea di partenza di Achille. Il divario tra i due corridori è adesso di 0,09 km.

Come era da aspettarsi il divario si riduce vistosamente. Precisamente chi assiste alla gara, nota che il secondo distacco è un decimo del primo, il terzo è un decimo del secondo, il quarto è un decimo del terzo. Non vi è dubbio! Ma se la gara procede in questo modo quale sarà la prevedibile conclusione?

La riduzione continua del distacco porta ad una conseguenza che lascia gli spettatori, e il povero Achille, sbigottiti, perché del tutto inattesa e inaccettabile. La serie dei distacchi è interminabile. La tartaruga è sempre in testa alla gara, perché per quanto piccolo, tra lei ed Achille è sempre presente un intervallo.

Dopo il primo distacco la tartaruga è a 9,9 km dalla linea di partenza di Achille, dopo il secondo è a 9,99 Km, dopo il terzo è a 9,999 km. Dunque il numero di cifre 9 a destra della virgola è pari al numero di distacchi realizzati dalla tartaruga, misurati ad intervalli di tempo che sono ognuno un decimo di quello precedente. Allora per n distacchi avremo n cifre 9 a destra della virgola.

Ma che succederebbe se il numero di distacchi non avesse alcuna fine?

Molti secoli dopo lo stravagante evento narrato da Zenone si discute ancora animatamente della assurda conclusione e non siamo più in Grecia. Siamo nel XVII secolo e il racconto è ormai noto in piena Europa. Sono gli anni di Newton e di Leibniz e finalmente il pensiero matematico sembra impadronirsi del temibile concetto di infinito.

In verità i matematici hanno assunto nella ricerca un approccio diverso da quello avuto ai tempi di Aristotele, diverso dal rigoroso ragionamento di Euclide, dal suo saldo sviluppo teorico fatto di ferree dimostrazioni derivate da solidi assiomi. Menti come quelle di Bernoulli, Eulero, d'Alembert si affidano alle proprie intuizioni, liberandosi dal rigore dei matematici greci, nel perlustrare l'infinitamente grande e l'infinitamente piccolo. E' in questa atmosfera che Newton e Leibniz scoprono in contemporanea il calcolo infinitesimale, talora privo del rigido sostegno della logica greca (1).

Secondo il calcolo infinitesimale il numero 9, 999... con infinite cifre 9 poste a destra della virgola è uguale al 10.

Ma anche il calcolo infinitesimale, che sperava di poter sciogliere il mistero racchiuso nell'antichissimo paradosso, si rivela impotente, perché rimane il fatto che la distanza fra i due atleti non si annulla.

E' innegabile che il povero Achille, sulla base del calcolo di Zenone, non raggiunge mai la coraggiosa concorrente ed entrambi non raggiungono mai la fine del decimo chilometro.

Neanche il calcolo infinitesimale scioglie dunque lo straordinario e tutt'altro che stravagante paradosso con cui ancora ci coinvolge dopo tanti secoli Zenone.

Cosa nasconde questo straordinario enigma della scienza?

Il paradosso appare ancora più insidioso e irritante se pensiamo che siamo in grado di calcolare immediatamente il punto e il tempo in cui i due atleti si trovano fianco a fianco.

Basta eguagliare lo spazio s_a percorso da Achille a quello s_t percorso dalla tartaruga, espressi come prodotto della velocità per il tempo.

Avremo:

$$\begin{aligned} s_a &= v_a \cdot t = 10 \cdot t & s_t &= 9 + v_t \cdot t = 9 + t \\ 10 \cdot t &= 9 + t & \text{e quindi} & \quad t = 1 \text{ ora} \end{aligned}$$

Dunque Achille risulta accanto alla tartaruga un'ora dopo la partenza. Precisamente, essendo $s_a = 10t$, i due corridori si trovano accanto a 10 km dalla linea di partenza. Questo risultato è ineccepibile, ma non risolve il paradosso, anzi lo accentua.

Incredibilmente abbiamo di fronte due verità matematiche in contrasto fra loro. Da un lato i distacchi successivi tra Achille e la tartaruga impediscono ad Achille la vittoria. Dall'altro i due si ritrovano accanto e si assiste al sorpasso di Achille ad un'ora dall'inizio della gara.

Come è possibile tutto ciò?

Possiamo a questo punto supporre che il paradosso di Achille nasconda qualcosa di davvero importante, una conformazione sinora sconosciuta dell'estensione dello spazio e quindi della relativa descrizione matematica. Questa idea non meraviglia se pensiamo alla rivoluzione del concetto di spazio e di tempo avvenuta circa un secolo fa con la teoria della relatività generale di A. Einstein.

Lo spazio-tempo assurge ad ente fisico e prende il posto dell'inerte spazio di Euclide, anzi lo ingloba, quale accettabile approssimata descrizione, limitata al medio cosmo, allo stadio cioè dell'estensione spaziale più familiare a noi uomini.

Il medio cosmo si pone tra il microcosmo delle particelle elementari e il macrocosmo degli ammassi di galassie, entrambi spazi che non possiamo profondamente conoscere affidandoci soltanto ai nostri sensi, senza cioè l'uso di appropriati strumenti.

Lo spazio e il tempo di Euclide, separati, indipendenti, assoluti, hanno retto lo scibile umano per millenni, mostrando però ad un certo momento i propri limiti. Lo spazio e il tempo di Einstein, uniti, dipendenti, relativi, hanno permesso invece di avviare un grandioso ampliamento delle nostre conoscenze.

Lo spazio-tempo della relatività diventa il principale ente fisico, perché incurvandosi, esprime tutte le forze fondamentali sinora conosciute in natura.

Questa è la basilare grandiosa scoperta che sta permettendo di ampliare enormemente la nostra conoscenza del Mondo. Cosa essa riserva alla comprensione del concetto di spazio-tempo continuo e infinito?

La rivoluzione dello spazio

Nei primi anni del XX secolo A. Einstein sconvolge l'idea dello spazio, dimostrando che questo, fuso col tempo, si deforma, si incurva. La geometria torna a essere prepotentemente aderente alla realtà empirica, tanto da fondersi con la fisica (2).

Si dimostra infatti che lo spazio descritto dalla geometria è un ente fisico, non affatto omogeneo, né isotropo. La forma dello spazio non è quella che si è creduta per secoli, sebbene la rappresentazione basata sugli assiomi di Euclide sia ancora sufficiente per tutte le attività umane che non interessino macrocosmo e microcosmo.

Essendo lo spazio-tempo un ente fisico, esso può e deve essere rappresentato da una geometria conforme all'esperienza, capace di spiegare i fenomeni noti e anticipare quelli ancora sconosciuti. Il ruolo della geometria si conferma quello originario di studiare le reali dimensioni dello spazio in accordo all'esperienza.

Lo spazio-tempo s'incurva. Questa è la clamorosa affermazione dimostrata dalla teoria della relatività generale. Einstein non chiarisce tuttavia alcune importanti conseguenze geometriche dell'incurvamento dello spazio-tempo dimostrato dalla propria teoria. Esaminiamole ora attentamente.

La prima conseguenza immediata dell'incurvamento dello spazio-tempo è l'impossibilità dell'esistenza della retta. Qualsiasi ente dello spazio deve infatti essere sempre e in qualsiasi modo incurvabile. Ma è immediato comprendere, anche senza ricorrere a teoremi (3), che la retta, ente aperto, i cui estremi cioè, per definizione, non coincidono, non può incurvarsi, non può assumere curvatura costante, perché diverrebbe una circonferenza, ente chiuso.

La retta è in realtà la *massima circonferenza* visibile all'osservatore uomo. Il concetto di retta nasce dall'allineamento di sorgenti puntiformi di luce che hanno immagini coincidenti sulla retina. Un osservatore infatti non può valutare la curvatura se appartiene alla curva, se cioè egli ha solo la dimensione della curva.

Questo fa capire come l'apparenza rettilinea della circonferenza, cui appartengono le suddette sorgenti, sia un fenomeno relativo, perché tale circonferenza che appare massima ad un osservatore, non appare massima ad un altro. Per trattare la realtà dello spazio-tempo curvo, dobbiamo allora semplicemente sostituire la circonferenza alla retta.

Un'altra importante conseguenza dell'incurvamento dello spazio-tempo è l'esistenza di altre reali dimensioni oltre alle tre che ormai da un secolo sappiamo essere fuse con il tempo.

Ricordiamo che già nel 1919, pochi anni dopo la nascita della teoria della relatività generale, il matematico T. Kaluza pensa che, se Einstein ha descritto la forza di gravità in termini di incurvamento dello spazio-tempo, allora è possibile utilizzare la stessa idea con l'altra forza conosciuta, la forza elettromagnetica.

Se lo spazio tridimensionale esprime la gravità, allora quale spazio esiste per esprimere la forza elettromagnetica? Kaluza pensa perciò alla necessità di altre dimensioni oltre le tre conosciute. Ma dove sono queste dimensioni?

E' così che molti scienziati, tra cui lo stesso Einstein, ricercano invano, come Kaluza, una teoria basata su dimensioni ancora sconosciute, una teoria in grado di descrivere tramite le dimensioni tutte le forze della natura, anche le forze nucleari, con un solo insieme di idee, una teoria del tutto.

Eppure è proprio la teoria della relatività generale, che, dimostrando l'incurvamento dello spazio-tempo, indica la strada da percorrere per scoprire le ignote dimensioni.

La quarta reale dimensione dello spazio-tempo

Descriviamo le prime tre dimensioni dello spazio-tempo, sostituendo la sua vera natura di circonferenza alla retta.

Lo spazio-tempo a 1 dimensione s_1 è quello della massima circonferenza rispetto all'osservatore uomo.

Lo spazio-tempo a 2 dimensioni s_2 è quello della massima superficie sferica rispetto all'osservatore uomo.

Lo spazio-tempo a 3 dimensioni s_3 è quello del massimo volume sferico rispetto all'osservatore uomo.

La massima circonferenza s_1 , incurvandosi, occupa la massima superficie sferica s_2 .

La massima superficie sferica s_2 , incurvandosi, occupa il massimo volume sferico s_3 .

Il massimo volume sferico s_3 , incurvandosi, occupa il massimo spazio quadridimensionale s_4 .

Ciò equivale a dire che: lo spazio bidimensionale permette l'incurvamento dello spazio unidimensionale, lo spazio tridimensionale permette l'incurvamento dello spazio bidimensionale, lo spazio quadridimensionale permette l'incurvamento delle prime tre dimensioni.

Curvare lo spazio-tempo tridimensionale significa allora espanderlo o contrarlo, poiché in tal modo muta la curvatura delle circonferenze, delle superfici sferiche, dei volumi sferici che ad esso appartengono.

La quarta dimensione è dunque quella che permette l'espansione e la contrazione dello spazio-tempo.

D'altra parte la quarta dimensione ci appare familiare se valutiamo che l'ingrandimento del microscopio o del telescopio simula la realtà vista da un osservatore che si contrae in quarta dimensione. Anche il nostro sistema visivo simula la quarta dimensione quando ci avviciniamo o allontaniamo da un oggetto.

Bipolarità dello spazio-tempo

Sappiamo che lo spazio-tempo tridimensionale esprime la forza gravitazionale.

In questo spazio-tempo curvo, se la lunghezza dei raggi di una circonferenza c aumenta senza limiti, la curvatura di c si riduce sino ad invertirsi da convessa a concava, perché anche i raggi sono curvi (F. 1). L'ingrandimento della c si inverte quindi in rimpicciolimento.

Perciò la superficie sferica dello spazio-tempo tridimensionale, che, ingrandendosi e ruotando (6), descrive il campo di attrazione gravitazionale di un corpo celeste, si inverte in una superficie sferica che, rimpicciolendosi e ruotando, descrive un campo di repulsione gravitazionale.

Si dimostra così che ad un centro attrattore gravitazionale deve corrispondere un centro repulsore gravitazionale.

Questa bipolarità dello spazio-tempo è un'inevitabile conseguenza della sua curvatura.

La curvatura dello spazio-tempo dimostra quindi che al centro attrattore della massa di ogni corpo celeste corrisponde un centro repulsore della stessa.

Come in un tessuto, la trama dello spazio-tempo, costituita dalle circonferenze, e quindi dalle sfere, comprese tra quella minima e quella massima, si lega all'ordito, costituito dai raggi curvi compresi tra quello minimo e quello massimo.

Questo tessuto è presente in ogni luogo dello spazio-tempo, ma la curvatura deve obbedire ai punti attrattori e repulsori.

La bipolarità dello spazio-tempo, essendo causata dalla generale natura curva dello stesso, deve essere presente in tutte le dimensioni, quindi anche nella quarta (5).

Come dunque si manifesta la quarta dimensione nella realtà in cui viviamo? Quale campo di forze è associato allo spazio-tempo quadridimensionale?

A causa della bipolarità dello spazio-tempo curvo, un volume sferico che si espande in quarta dimensione inverte la propria curvatura da convessa a concava, divenendo un volume sferico che si contrae in quarta dimensione.

Perciò il volume sferico, che, ingrandendosi, descrive un campo di forze positivo, si inverte in un volume sferico che, rimpicciolendosi, descrive un campo di forze negativo.

Tuttavia, per il terzo principio della dinamica, il principio di azione e reazione, all'interno del volume sferico in espansione, che descrive un campo di forze positivo, deve esistere un volume sferico in contrazione, che descrive un campo di forze negativo.

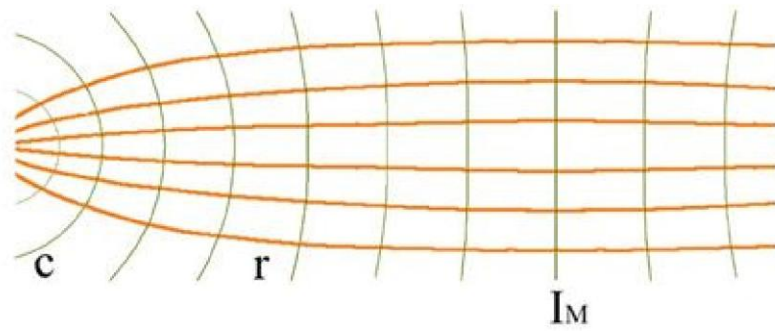


Figura 1

Nello spazio-tempo tridimensionale, se la lunghezza dei raggi di una circonferenza c aumenta senza limiti, la curvatura di c si riduce sino ad invertirsi da convessa a concava, perché anche i raggi sono curvi.

Viceversa, all'interno del volume sferico in contrazione, che descrive un campo di forze negativo, deve esistere un volume sferico in espansione, che descrive un campo di forze positivo.

Esistono due soli tipi di volumi, di particelle, in natura corrispondenti a questa previsione: l'elettrone e il positrone. Sarebbe l'opposizione dei versi della quarta dimensione, l'opposizione dei versi del campo elettrico, a permettere la concretezza della realtà, la materia.

La particella sferica di materia e quella di antimateria sarebbero allora limiti irraggiungibili tra i due versi opposti della quarta dimensione.

L'equilibrio fra i due versi opposti del campo elettrico, presenti all'esterno e all'interno dell'elettrone, sarebbe anche in accordo con quanto previsto nel modello dell'elettrone descritto da P. Dirac nel 1962 (4).

Esistono altre dimensioni oltre la quarta (5), ma ci preme ora rispondere alla domanda che ci siamo posti all'inizio.

Quanto risente il concetto di spazio-tempo continuo e infinito della straordinaria rivoluzione portata dalla scoperta della sua curvatura, che determina l'esistenza delle forze fondamentali della natura?

Per rispondere a questa domanda dobbiamo aprirci ad una nuova descrizione dello spazio-tempo basata sull'andamento della sua curvatura nel macrocosmo e nel microcosmo.

Attraversiamo nel verso di espansione lo spazio-tempo a quattro dimensioni.

L'osservatore, ingrandendosi (F. 2), vedrebbe che la circonferenza è costretta a invertire la propria curvatura, mutando l'ingrandimento in rimpicciolimento, in corrispondenza di I_M , fino a diventare la circonferenza $-c$ estesa quanto la $+c$ e avente centro $-C$ (Fig.1). In I_M si avrebbe una circonferenza massima. (5).

L'osservatore, rimpicciolendosi, vedrebbe che la circonferenza è ancora costretta a invertire la propria curvatura, mutando il rimpicciolimento in ingrandimento, in corrispondenza di I_m , fino a diventare la circonferenza $-c$ coincidente con la $+c$. In I_m si avrebbe una circonferenza minima.

L'annullamento della curvatura nella circonferenza massima I_M è, come si è esposto, relativo all'osservatore, quando non è in grado di valutare la curvatura della circonferenza. Perciò la circonferenza che appare massima ad un osservatore, non appare tale ad un altro.

Analogamente l'annullamento del raggio nella circonferenza minima I_m è relativo all'osservatore, quando non è in grado di valutare la curvatura della circonferenza. Perciò la circonferenza che appare minima ad un osservatore, non appare tale ad un altro.

Dunque l'ingrandimento o il rimpicciolimento dello spazio euclideo all'infinito in realtà non esistono, ma esiste l'inversione dell'ingrandimento in rimpicciolimento e viceversa.

Quest'inversione, che abbiamo descritto grazie alla quarta dimensione, si manifesta nel campo elettrico, cioè nello spazio-tempo quadridimensionale riferito alla grandezza delle particelle del mediocosmo, elettrone e positrone, di cui anche noi osservatori siamo fatti.

Nulla è fermo

La conoscenza della natura, nel macrocosmo e nel microcosmo, mostra che nulla è fermo nell'Universo. Quando gli oggetti che ci circondano appaiono fermi siamo di fronte ovviamente a un'illusione, perché le loro particelle, che non distinguiamo, sono in continuo movimento reciproco e insieme al nostro pianeta si muovono rispetto a tutti i corpi celesti. L'aspetto di un corpo apparentemente fermo muta in realtà continuamente.

Lo spazio-tempo si muove continuamente, tutte le dimensioni e i relativi campi di forze si estendono cioè continuamente.

Nello spazio-tempo curvo una superficie sferica sempre più grande muta con continuità la propria curvatura da convessa a concava.

Tutti i corpi si muovono dunque con continuità, in base alla continuità dei campi di forze che ne sono causa.

Perciò noi, osservatori, siamo in grado di cogliere soltanto il movimento, in generale il mutamento, perché solamente questo esiste. La nostra macchina di conoscenza, cioè il sistema occhio-cervello, è necessariamente fatto in modo da cogliere la continuità della realtà e cioè il passaggio continuo di un oggetto dalla posizione precedente a quella seguente, dall'aspetto precedente a quello seguente.

Il tempo, intimamente fuso con lo spazio, è il mutamento continuo di tutto ciò che esiste, il movimento dei campi di forza e quindi dei corpi, il passaggio continuo della coscienza da uno stato precedente ad uno seguente.

Questo passaggio è l'istante. Se l'istante non fosse un passaggio, il fluire della coscienza e il moto di tutto ciò che esiste non sarebbe continuo.

Un fotone si muove con continuità e investe quindi con continuità la retina.

Quando un corpo, enorme insieme di particelle elementari, ci appare fermo, per esempio un libro sul piano di un tavolo, noi riceviamo con continuità il fotone riflesso da una stessa particella in movimento, ma rispetto al nostro sistema occhio-cervello la

piccolezza di tale particella e del suo spostamento è tale, da far sovrapporre le onde del fotone sulla stessa cellula retinica.

Il processo è lo stesso se un corpo è in movimento rispetto a noi, se per esempio qualcuno sposta il libro. Riceviamo con continuità il fotone riflesso da una stessa particella in movimento, ma questa volta il movimento continuo del corpo si somma al movimento continuo della particella e lo spostamento di essa è tale da non far sovrapporre più le onde del fotone sulla stessa cellula retinica.

Perché ci siamo soffermati sulla continuità dello spazio-tempo e del moto?

Perché la natura continua o discreta, cioè corpuscolare, della realtà è l'attuale problema fondamentale della fisica e della geometria, che Zenone mise in luce già 2400 anni fa.

Per la teoria della relatività lo spazio-tempo dell'Universo, che genera il campo gravitazionale, è continuo.

Per la teoria quantistica la massa o energia che genera il campo elettromagnetico, quello della forza nucleare forte e quello della forza nucleare debole, è corpuscolare.

Perciò la teoria dei quanti non descrive la forza gravitazionale, ma solo la forza elettromagnetica, la forza nucleare forte e la forza nucleare debole.

Sinora si era creduto che la continuità implicasse la suddivisione dello spazio-tempo all'infinito. Abbiamo constatato come la realtà dello spazio-tempo curvo non permetta una suddivisione all'infinito.

Il rimpicciolimento continuo dello spazio-tempo si inverte in ingrandimento e viceversa.

Dunque lo spazio-tempo dell'Universo è continuo, ma non suddivisibile all'infinito. La sua curvatura porta all'inversione delle forze espresse dallo spazio-tempo, cioè alla bipolarità.

Ciò accade per la forza gravitazionale espressa dalla prima terna di dimensioni, 1,2,3, per la forza elettromagnetica (6) espressa dalla seconda terna di dimensioni, 4,5,6, nonché per le forze nucleari espresse dalla terza terna di dimensioni, 7,8,9.

La bipolarità nella seconda terna è quella della coppia elettrone positrone. La natura corpuscolare, di queste particelle è dovuta, come si è mostrato, all'opposizione dei versi del campo elettrico, cioè all'opposizione di due estensioni continue dello spaziotempo.

La bipolarità nella terza terna è quella della coppia neutrone e antineutrone. Anche la natura corpuscolare di queste particelle è dovuta all'opposizione dei versi del campo nucleare, cioè all'opposizione delle due estensioni continue della coppia elettrone positrone (6).

Allora si comprende che la quantizzazione, cioè l'esistenza delle particelle, è frutto dell'opposizione fra continuità. E' sempre lo stesso spazio-tempo continuo che, incurvandosi nelle successive dimensioni, determina la formazione delle particelle elementari.

La bipolarità, immediata conseguenza della curvatura dello spazio-tempo, è necessariamente presente in tutte e tre le terne che la natura manifesta.

Il sorpasso di Achille

Siamo in possesso adesso dei principi teorici che ci permettono di risolvere il paradosso di Zenone. Torniamo dunque alla gara. La tartaruga è in testa e s'affanna per mantenere una velocità costante. Achille è stravolto e non sa darsi pace per l'impossibilità di superare l'avversaria. Questo è lo scenario divertente, eppure rigorosamente corretto nella geometria euclidea.

Ma la geometria curva dello spazio-tempo cosa impone? Impone che qualunque spazio-tempo subisca sempre un incurvamento continuo che inverte ingrandimento in rimpicciolimento e viceversa. Anche il distacco tra i due atleti deve seguire necessariamente la conformazione dello spazio-tempo, perché fa parte dello spazio-tempo.

Ingrandendo il microcosmo in quarta dimensione, si è mostrato che, a causa della curvatura, lo spazio-tempo si riduce sino a quando la riduzione si inverte in ingrandimento (F. 3). Il punto di inversione I_m è proprio il punto di sorpasso.

Dunque il distacco tra Achille e la tartaruga si riduce continuamente sino al sorpasso, per ingrandirsi progressivamente consentendo al celebre atleta di vincere la gara.

Il sorpasso di Achille mi fa pensare allo straordinario sorpasso che la scoperta della curvatura dello spazio-tempo, dimostrata per via fisica dalla teoria della relatività, per via geometrica dalla teoria delle dimensioni (3), ha permesso alla nostra scienza, rispetto alla rappresentazione del mondo che per molti secoli abbiamo mantenuto.

Quest'ultima è una rappresentazione, un modello, cui rimaniamo comunque saldamente legati e a cui dobbiamo lo sviluppo della nostra civiltà, del progresso umanistico e scientifico. Ma il modello euclideo si è dimostrato limitato. Non descrive la reale natura dello spazio, se non in modo approssimato nel mediocosmo.

La grandezza di Zenone è quella di aver messo in luce nella povertà di conoscenze della sua epoca, ma insieme, nella raffinatezza del pensiero greco, i limiti di quella rappresentazione dello spazio che un secolo dopo sarebbe stata ordinata e rigorosamente dimostrata nell'opera più celebre di Euclide.

L'inspiegabile paradosso era e rimase per tanti secoli il segnale che indicava alla scienza una lontananza dalla corretta rappresentazione dello spazio e quindi dalla corretta conoscenza fisica del tempo, della materia, dell'energia e del moto.

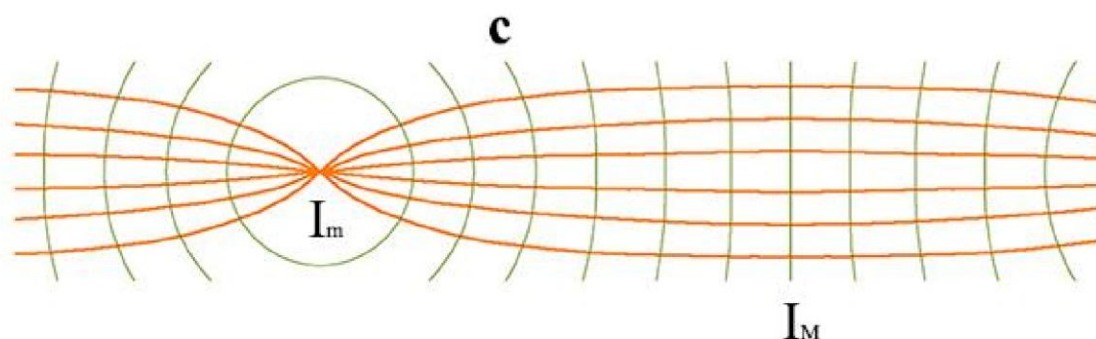


Figura 2

L'osservatore, rimpicciolendosi, vedrebbe la lunghezza dei raggi della generica circonferenza c aumentare senza limiti nel macrocosmo e l'ingrandimento di essa invertirsi in rimpicciolimento in corrispondenza di I_M , perché i raggi di essa sono curvi. In I_M si avrebbe una circonferenza massima.

L'osservatore vedrebbe anche la lunghezza dei raggi di una circonferenza c ridursi senza limiti nel microcosmo e il rimpicciolimento di essa invertirsi in ingrandimento in corrispondenza di I_m , perché i raggi sono curvi. In I_m si avrebbe una circonferenza minima.

Note

- 1 Josef Mazur, *Achille e la tartaruga*, Il Saggiatore, Milano 2019, pp. 122-142.
- 2 Di Albert Einstein, che fece il primo grande atto nella rivoluzione del concetto di spazio, è bello ricordare queste brevi riflessioni:
“*Un sistema completo di fisica teorica si compone di idee, di leggi fondamentali che devono essere applicabili a queste idee, e di proposizioni conseguenti che ne derivano per deduzione logica. Sono queste proposizioni che devono corrispondere alle nostre esperienze individuali; la loro deduzione occupa necessariamente, in un’opera di teoria, quasi tutte le pagine. E’, in fondo, esattamente lo stesso nella geometria di Euclide, salvo che in questa i principi fondamentali si chiamano assiomi e non viene posta la questione che le proposizioni conseguenti debbano corrispondere a esperienze qualsiasi. Ma se si concepisce la geometria euclidea come la dottrina delle possibilità della posizione reciproca dei corpi praticamente rigidi e se, di conseguenza, si interpreta come una scienza fisica senza fare astrazione dal suo fondo empirico iniziale, la identità logica della geometria e della fisica teorica è completa*”.
- 3 Il teorema sulla curvatura dello spazio dimostra che lo spazio non è rappresentabile con rette. Giuseppe Maria Catalano, *Le dimensioni dello spazio*, International Institute for Advanced Studies of Space Representation Sciences, Palermo 2008, pp. 4-6.
- 4 P. A. M. Dirac, *An extensible model of the electron*, Journal article , Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 268, No. 1332 (Jun. 19, 1962), pp. 57-67.
- 5 Giuseppe Maria Catalano, *Scoperte dieci reali dimensioni dello spazio-tempo*, International Institute for Advanced Studies of Space Representation Sciences, Palermo 2019.

Bibliografia

Josef Mazur, *Achille e la tartaruga*, Il Saggiatore, Milano 2019

Boyer Carl B., *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, Bruno Mondadori, Milano 2007.

Bolzano Bernard, *I paradossi dell’infinito*, Bollati Boringhieri, Torino 2003.

Catalano Giuseppe Maria, *Le dimensioni dello spazio*, International Institute for Advanced Studies of Space Representation Sciences, Palermo 2008.

Catalano Giuseppe Maria, *Scoperte dieci reali dimensioni dello spazio-tempo*, International Institute for Advanced Studies of Space Representation Sciences, Palermo 2019.

- D'Espagnat Bernard, *The Quantum Theory and Relativity*, Scientific American, novembre 1979.
- Davies Paul, *I misteri del tempo: l'universo dopo Einstein*, Mondadori, Milano 1996.
- Dodds Eric Robertson, *The Greek and The Irrational*, University of California Press, Berkeley, CA 1959.
- Einstein Albert, *Relatività. Esposizione divulgativa*, Bollati Boringhieri, Torino 1980.
- Grant Edward, *Le origini medievali della scienza moderna: il contesto religioso, istituzionale e intellettuale*, Einaudi, Torino 2001.
- Lee Henry Desmond Pritchard, *Zeno of Elea*, Adolf Hakkert, Amsterdam 1967.
- Rucker Rudy, *La mente e l'infinito: scienza e filosofia dell'infinito*, F. Muzzio, Padova 1991.
- Salmon Wesley, *Zeno's Paradoxes*, Hackett, Indianapolis, IN 2001.